Liceo Marta Donoso Espejo
Departamento de Matemática
Tercero Medio

Guía I

Nombre:	
Curso:	**Fecha:**
Objetivo: Reconocer lo números imaginarios y complejos en diversas situaciones Reconocer y utilizar números complejos en su forma binomial y par ordenado	

Concetos Básicos

- Se define como número imaginario a aquel número cuyo cuadrado es un número negativo.
  Entre estos se distingue la unidad imaginaria que se simboliza por la letra **i**, y se define como:
  $$i = \sqrt{-1}$$
- Si se multiplica la unidad imaginaria por un número real distinto de cero resulta un número imaginario, que se simboliza por **bi**.
  Si se multiplica la unidad imaginaria por sí misma, es decir, i^2 se obtiene -1 (*).

Actividades

1. Identifica cuál de los siguientes números corresponde a un número imaginario.

a. $-\sqrt{4}$ b. $-7i$ c. $-\sqrt{5}\ i$ d. $\sqrt[3]{6}\ i$ e. $\sqrt{2}$ f. $\sqrt{-4}$

2. Expresa las siguientes raíces negativas como números imaginarios puros. Justifica tu respuesta, fíjate en el ejemplo.

a. $\sqrt{-9} =$ $\underline{\ 3i\ }$

b. $\sqrt{-25} =$ ______

c. $\sqrt{-96} =$ ______

d. $\sqrt{-160} =$ ______

3. Observa. Luego, responde.

a. $2i + 5i = (2 + 5)i = 7i$

b. $9i - 4i = (9 - 4)i = 5i$

c. $6 \cdot 3i = (6 \cdot 3)i = 18i$

d. $10i \cdot 4i = (10 \cdot 4)i^2 = -40$

e. $\dfrac{12i}{4} = \left(\dfrac{12}{4}\right)i = 3i$

f. $\dfrac{16i}{8i} = 2$

- ¿Qué operaciones se pueden realizar con los números imaginarios?
- ¿Qué diferencias tienen con las realizadas con números reales?

Tips

En general, $\forall a, b \in \mathbb{R}$ se cumple que:

$ai + bi = (a + b)i$

$a \cdot bi = (a \cdot b)i$

$ai \cdot bi = (a \cdot b)i^2 = -ab$

$\dfrac{ai}{b} = \left(\dfrac{a}{b}\right) \cdot i;\ b \neq 0$

$\dfrac{ai}{bi} = \dfrac{a}{b};\ b \neq 0$

Liceo Marta Donoso Espejo
Departamento de Matemática
Tercero Medio

Guía II

Nombre:	
Curso:	**Fecha:**
Objetivo: Reconocer lo números imaginarios y complejos en diversas situaciones	

Potencias de un Imaginario

- Las **potencias básicas o canónicas** de la unidad imaginaria **i** corresponden a las primeras cuatro potencias de i. A partir de la quinta, las potencias se repiten en periodos de 4.

Potencia canónica de i	Potencia equivalente
$i^1 = i$	i^{4n+1}
$i^2 = -1$	i^{4n+2}
$i^3 = i \cdot i^2 = -i$	i^{4n+3}
$i^4 = i^2 \cdot i^2 = 1$	i^{4n+4}

Actividad

1. Expresa de una manera más simple utilizando potencias canónicas. Luego, determina el valor de la potencia.

a. $i^{26} =$ ________ ▸ ________

b. $i^{96} =$ ________ ▸ ________

c. $i^{185} =$ ________ ▸ ________

d. $(i^{12})^3 =$ ________ ▸ ________

e. $(i^{25})^7 =$ ________ ▸ ________

f. $(i^{20})^{11} =$ ________ ▸ ________

2. Calcula las siguientes potencias.

a. $(5i^3)^5 + (i^2)^3 =$ ________

b. $12(i^4)^4 - (2i^3)^2 =$ ________

c. $20(i^6)^8 + (10i^6)^3 - (4i^5)^0 =$ ________

d. $(7i^7)^2 + (i^6)^1 \cdot (3i^4)^5 =$ ________

e. $\dfrac{i^{40}}{i^{12}} \cdot i^{175} =$ ________

f. $2{,}5i + \dfrac{i^{75}}{i^5} \cdot i^{250} - \dfrac{i^{126}}{i^{84}} =$ ________

g. $5i^{70} + 2i^{340} \cdot i^{100} + \dfrac{i^{99}}{i^{13}} =$ ________

h. $\dfrac{i^{80} + i^{12} - 3i^{27}}{9 + 2i^6 - i^{35} \cdot i^9} =$ ________

Liceo Marta Donoso Espejo
Departamento de Matemática
Tercero Medio

Guía III

Nombre:	
Curso:	Fecha:
Objetivo: Reconocer lo números imaginarios y complejos en diversas situaciones Reconocer y utilizar números complejos en su forma binomial y par ordenado	

Conjunto de los Números Complejos

- Se llama **número complejo** a todo número de la forma a + bi, compuesto por una parte real (a) y otra imaginaria (b). Si z = a + bi (forma binomial del número complejo), se tiene:

$$z = a + bi \quad \begin{cases} \mathrm{Re}(z) = a \\ \mathrm{Im}(z) = b \end{cases}$$

1. Identifica la parte real y la imaginaria de los siguientes números complejos.

a. $z_1 = 4 - 6i$ ▸ Re (z_1) = ________ ▸ Im (z_1) = ________

b. $z_2 = -2 + 3i$ ▸ Re (z_2) = ________ ▸ Im (z_2) = ________

c. $z_3 = 4{,}5$ ▸ Re (z_3) = ________ ▸ Im (z_3) = ________

d. $z_4 = 5i - \sqrt{2}$ ▸ Re (z_4) = ________ ▸ Im (z_4) = ________

e. $z_5 = 2{,}6i + \sqrt{12}\,i$ ▸ Re (z_5) = ________ ▸ Im (z_5) = ________

f. $z_6 = \sqrt{7}\,i$ ▸ Re (z_6) = ________ ▸ Im (z_6) = ________

2. Escribe un número complejo que cumpla la siguiente condición:

a. Su parte real es un tercio de su parte imaginaria. ▸ ____________________

b. Su parte real es dos unidades menor que su parte imaginaria. ▸ ____________________

c. Su parte imaginaria es cuatro veces mayor que su parte real. ▸ ____________________

d. Su parte imaginaria es negativa y su parte real es cero. ▸ ____________________

e. Su parte imaginaria es cero y su parte real es potencia de diez. ▸ ____________________

- Dos **números complejos** $z_1 = a + bi$ y $z_2 = c + di$ **son iguales** si y solo si sus partes reales y sus partes imaginarias son iguales respectivamente.

$$z_1 = z_2 \Leftrightarrow a + bi = c + di \Leftrightarrow a = c \wedge b = d$$

3. Determina para qué valores reales de *n* y *m* los complejos z_1 y z_2 son iguales.

a. $z_1 = (2 + n) + 3i$ y $z_2 = 12 + 3mi$

d. $z_1 = 16 - 4n + i$ y $z_2 = 4m - i$

b. $z_1 = 2(7 - n) + i$ y $z_2 = 8mi - 4$

e. $z_1 = 4(2 + 2n) + 5i$ y $z_2 = 2{,}5(m - 5)i$

c. $z_1 = 5(1 - 3n) + 10i$ y $z_2 = 1 - 6mi$

f. $z_1 = 3(\sqrt{144} - n) - 2i$ y $z_2 = -4\sqrt{64} - 2i$

4. ¿Qué estrategia puedes utilizar para determinar los valores de *m* y *n* de tal forma que $z_1 = z_2$? ¿Qué diferencia tiene con la utilizada en los ejercicios anteriores? Comenta.

$z_1 = (-4n + 4m) + (6n - m)i$ y $z_2 = -(2n - 3m) - (3n - 4m)i$

Tips

Se llama **número real puro** a todo número de la forma:

$a + 0i$

Se llama **número imaginario puro** a todo número de la forma:

$0 + bi$

Al regreso a clases normales se realizará una evaluación con una modificación de los ejercicios de estas guías.

Objetivos a evaluar:

- Identifica que números pertenecen al conjunto de los números imaginarios
- Expresa raíces con sub-radical negativo como número imaginario
- Verifica las operaciones que son realizables en el conjunto de los números imaginarios
- Expresa diferentes potencias de i como su potencia canónica
- Realiza operatoria determinando las potencias canónicas de potencias de i
- Identificar la parte real e imaginaria de distintos números complejos
- Representar un numero complejo dadas sus características
- Determinar la igualdad de números complejos
- Resolver problemas que involucran la utilización de igualdad de números complejos

Cualquier consulta no dude en escribir al correo, Matematica@liceomartadonoso.cl indicando en el asunto su nombre y curso.