



LICEO MARTA DONOSO ESPEJO

GUIA DE FACTORIZACIÓN

Factorizar una expresión algebraica consiste en escribirla como un producto.
Existen varios casos de factorización:

1. FACTOR COMUN MONOMIO:

Factor común monomio: Es el factor que está presente en cada término del polinomio:

Ejemplo N° 1: ¿Cuál es el factor común en $12x + 18y - 24z$?

Entre los coeficientes es el 6, o sea, $6 \cdot 2x + 6 \cdot 3y - 6 \cdot 4z = 6(2x + 3y - 4z)$, en literales no existen factores comunes.

Ejemplo N° 2: ¿Cuál es el factor común (monomio) en : $5a^2 - 15ab - 10ac$

El factor común entre los coeficientes es 5 y entre los factores literales es a, por lo tanto

$$5a^2 - 15ab - 10ac = 5a \cdot a - 5a \cdot 3b - 5a \cdot 2c = 5a(a - 3b - 2c)$$

Ejemplo N° 3 : ¿Cuál es el factor común en $6x^2y - 30xy^2 + 12x^2y^2$

El factor común es “ $6xy$ ” porque
 $6x^2y - 30xy^2 + 12x^2y^2 = 6xy(x - 5y + 2xy)$

Realiza tú los siguientes ejercicios:

EJERCICIOS. Halla el factor común de los siguientes ejercicios:

| | |
|----------------------------------|---|
| 1. $6x - 12 =$ | 2. $4x - 8y =$ |
| 3. $24a - 12ab =$ | 4. $10x - 15x^2 =$ |
| 5. $14m^2n + 7mn =$ | 6. $4m^2 - 20am =$ |
| 7. $8a^3 - 6a^2 =$ | 8. $ax + bx + cx =$ |
| 9. $b^4 - b^3 =$ | 10. $4a^3bx - 4bx =$ |
| 11. $14a - 21b + 35 =$ | 12. $3ab + 6ac - 9ad =$ |
| 13. $20x - 12xy + 4xz =$ | 14. $6x^4 - 30x^3 + 2x^2 =$ |
| 15. $10x^2y - 15xy^2 + 25xy =$ | 16. $12m^2n + 24m^3n^2 - 36m^4n^3 =$ |
| 17. $2x^2 + 6x + 8x^3 - 12x^4 =$ | 18. $10p^2q^3 + 14p^3q^2 - 18p^4q^3 - 16p^5q^4 =$ |

2. FACTOR COMUN POLINOMIO:

Es el polinomio que aparece en cada término de la expresión:

EJEMPLO N° 1.

Factoriza

Existe un factor común que es $(a + b)$

$$x(a + b) + y(a + b) =$$

$$= x(\mathbf{a + b}) + y(\mathbf{a + b}) =$$

$$= (\mathbf{a + b})(x + y)$$

EJEMPLO N° 2.

Factoriza

$$2a(m - 2n) - b(m - 2n) = 2a(\mathbf{m - 2n}) - b(\mathbf{m - 2n})$$

$$= (\mathbf{m - 2n})(2a - b)$$



EJERCICIOS

| | |
|-----------------------------------|---|
| 19. $a(x + 1) + b(x + 1) =$ | 20. $m(2a + b) + p(2a + b) =$ |
| 21. $x^2(p + q) + y^2(p + q) =$ | 22. $(a^2 + 1) - b(a^2 + 1) =$ |
| 23. $(1 - x) + 5c(1 - x) =$ | 24. $a(2 + x) - (2 + x) =$ |
| 25. $(x + y)(n + 1) - 3(n + 1) =$ | 26. $(a + 1)(a - 1) - 2(a - 1) =$ |
| 27. $(a(a + b) - b(a + b)) =$ | 28. $(2x + 3)(3 - r) - (2x - 5)(3 - r) =$ |

3. FACTOR COMUN COMPUESTO O POR AGRUPAMIENTO

No todos los términos de una expresión algebraica contienen un factor común, pero realizando una adecuada agrupación de ellos podemos encontrar factores comunes de cada grupo.

EJEMPLO N°1.

Factoriza $ap + bp + aq + bq$

Se extrae factor común “p” de los dos primeros términos y “q” de los dos últimos

$$p(a + b) + q(a + b)$$

Se saca factor común polinomio

$$(a + b)(p + q)$$

EJERCICIOS :

| | |
|--------------------------------|-------------------------------|
| 29. $a^2 + ab + ax + bx =$ | 30. $ab + 3a + 2b + 6 =$ |
| 31. $ab - 2a - 5b + 10 =$ | 32. $2ab + 2a - b - 1 =$ |
| 33. $am - bm + an - bn =$ | 34. $3x^3 - 9ax^2 - x + 3a =$ |
| 35. $3x^2 - 3bx + xy - by =$ | 36. $6ab + 4a - 15b - 10 =$ |
| 37. $3a - b^2 + 2b^2x - 6ax =$ | 38. $a^3 + a^2 + a + 1 =$ |

TRINOMIOS ORDENADOS

4. FACTORIZACION DE UN TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + bx + c$

El trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ se puede descomponer en dos factores binomiales mediante el siguiente proceso: Se buscan dos números que multiplicados me den el tercer termino “c” y que su suma o su diferencia nos de el segundo termino “b”.

Recuerda que el último signo nos indica si los signos de los binomios resultantes son:

a) Iguales si el signo es positivo.

b) Distintos si el signo es negativo.

Indica que ambos signos son iguales

EJEMPLO N° 1. Descomponer $x^2 + 6x + 5$

1° Hallar dos factores que den el primer término $x \cdot x$

2° Hallar los divisores del tercer término, seccionando aquellos cuya suma sea “6”

$1 \cdot 5$ 6 $-1 \cdot -5$ pero la suma debe ser +6 luego serán $(x + 1)(x + 5)$

EJEMPLO N° 2:

Indica signos distintos

Factorizar $x^2 + 4xy - 12y^2$

1° Hallar dos factores del primer término, o sea x^2 : $x \cdot x$



LICEO MARTA DONOSO ESPEJO

2º Hallar los divisores de $12y^2$, éstos pueden ser: $6y \cdot -2y$ ó $-6y \cdot 2y$ ó $4y \cdot -3y$ ó $-4y \cdot 3y$ ó $12y \cdot -y$ ó $-12y \cdot y$ pero la suma debe ser $+4$, luego servirán $6y$ y $-2y$, es decir

$$x^2 + 4xy - 12y^2 = (x + 6y)(x - 2y)$$

EJERCICIOS:

Factoriza los siguientes trinomios en dos binomios:

| | |
|----------------------------|------------------------|
| 39. $x^2 + 4x + 3 =$ | 40. $a^2 + 7a + 10 =$ |
| 41. $b^2 + 8b + 15 =$ | 42. $x^2 - x - 2 =$ |
| 43. $r^2 - 12r + 27 =$ | 44. $s^2 - 14s + 33 =$ |
| 45. $h^2 - 27h + 50 =$ | 46. $y^2 - 3y - 4 =$ |
| 47. $x^2 + 14xy + 24y^2 =$ | 48. $m^2 + 19m + 48 =$ |
| 49. $x^2 + 5x + 4 =$ | 50. $x^2 - 12x + 35 =$ |

5. FACTORIZACION DE UN TRINOMIO DE LA FORMA $ax^2 + bx + c$

En este caso el primer término no es un cuadrado exacto de un término entero, en este caso se procede de la siguiente forma:

1.- Se multiplica por 1, de la forma “a dividido por a” ($a/a=1$), o sea, se amplifica y se divide por el primer valor numérico, para completar el cuadrado del primer termino (Se multiplica por 1 elemento neutro de la multiplicación)

2.- Realizada la multiplicación en el numerador se procede como en el caso anterior:

Se buscan dos términos que multiplicados me den el tercer valor “c” y que sumados o restados, den el factor que multiplicado por ax sea igual a bx o sea $ax * (?) = bx$

3.- Encontrados los dos binomios resultantes se factoriza uno o ambos por el termino en común entre sus factores y se simplifica por el denominados.

Ejemplo: $2x^2 - 3x - 2 \quad / * \underline{2}$

$$\frac{4x^2 - 6x - 4}{2} \quad \text{Se buscan dos números que multiplicados resulten 4 y que cumpla,}$$

$2x * (?) = 6x$ en este caso es 3 el valor Buscado, por tanto los valores son - 4 y 1 ya que $- 4 * 1 = - 4$ y $- 4 + 1 = - 3$

$\frac{(2x - 4)(2x + 1)}{2}$ Debemos ahora factorizar en este caso el primer término por 2 y luego

simplificar. $\frac{2(x - 2)(2x + 1)}{2} = (x - 2)(2x + 1)$

Otra forma Factoriza $2x^2 - 11x + 5$

1º El primer término se descompone en dos factores $2x \cdot x$

2º Se buscan los divisores del tercer término $5 \cdot 1 \quad 6 \quad -5 \cdot -1$

3º Parcialmente la factorización sería $(2x + 5)(x + 1)$
pero no sirve pues al multiplicarlo resulta: $2x^2 + 7x + 5$
se reemplaza por $(2x - 1)(x - 5)$
y en este caso nos resulta: $2x^2 - 11x + 5$



LICEO MARTA DONOSO ESPEJO

EJERCICIOS:

| | |
|----------------------------|----------------------------|
| 51. $5x^2 + 11x + 2 =$ | 52. $3a^2 + 10ab + 7b^2 =$ |
| 53. $4x^2 + 7x + 3 =$ | 54. $4h^2 + 5h + 1 =$ |
| 55. $5 + 7b + 2b^2 =$ | 56. $7x^2 - 15x + 2 =$ |
| 57. $5c^2 + 11cd + 2d^2 =$ | 58. $2x^2 + 5x - 12 =$ |
| 59. $6x^2 + 7x - 5 =$ | 60. $6a^2 + 23ab - 4b^2 =$ |
| 61. $3m^2 - 7m - 20 =$ | 62. $8x^2 - 14x + 3 =$ |
| 63. $5x^2 + 3xy - 2y^2 =$ | 64. $7p^2 + 13p - 2 =$ |

6. FACTORIZACION DE LA DIFERENCIA DE CUADRADOS:

EJEMPLO:

Factorizar $9x^2 - 16y^2 =$

Para el primer término $9x^2$ se factoriza en $3x \cdot 3x$
 y el segundo término $-16y^2$ se factoriza en $+4y \cdot -4y$
 luego la factorización de $9x^2 - 16y^2 = (3x + 4y)(3x - 4y)$

EJERCICIOS:

| | |
|--|---|
| 65. $9a^2 - 25b^2 =$ | 66. $16x^2 - 100 =$ |
| 67. $4x^2 - 1 =$ | 68. $9p^2 - 40q^2 =$ |
| 69. $36m^2n^2 - 25 =$ | 70. $49x^2 - 64t^2 =$ |
| 71. $169m^2 - 196n^2 =$ | 72. $121x^2 - 144k^2 =$ |
| 73. $\frac{9}{25}a^2 - \frac{49}{36}b^2 =$ | 74. $\frac{1}{25}x^4 - \frac{9}{16}y^4 =$ |
| 75. $3x^2 - 12 =$ | 76. $5 - 180f^2 =$ |
| 77. $8y^2 - 18 =$ | 78. $3x^2 - 75y^2 =$ |

7. FACTORIZACION DE UN TRINOMIO CUADRADO PERFECTO:

Recuerda que el cuadrado de un binomio es:

“EL CUADRADO DEL PRIMER TERMINO MAS O MENOS EL DOBLE PRODUCTO DEL PRIMER TERMINO POR EL SEGUNDO Y SIEMPRE MAS EL CUADRADO DEL SEGUNDO TERMINO”

Ejemplo:

Factorizar $9x^2 - 30x + 25 =$

1° Halla la raíz principal del primer término $9x^2$: $3x \cdot 3x$

2° Halla la raíz principal del tercer término 25

con el signo del segundo término $-5 \cdot -5$

luego la factorización de $9x^2 - 30x + 25 = (3x - 5)(3x - 5) = (3x - 5)^2$

EJERCICIOS:

| | |
|------------------------------|------------------------------|
| 79. $b^2 - 12b + 36 =$ | 80. $25x^2 + 70xy + 49y^2 =$ |
| 81. $m^2 - 2m + 1 =$ | 82. $x^2 + 10x + 25 =$ |
| 83. $16m^2 - 40mn + 25n^2 =$ | 84. $49x^2 - 14x + 1 =$ |
| 85. $36x^2 - 84xy + 49y^2 =$ | 86. $4a^2 + 4a + 1 =$ |
| 87. $1 + 6a + 9a^2 =$ | 88. $25m^2 - 70mn + 49n^2 =$ |