



LOGARITMO 4° AÑO

DEF. Y PROPIEDADES

En la expresión $b^n = c$, puede calcularse una de estas tres cantidades si se conocen dos de ellas resultando de este modo, tres operaciones diferentes:

1° Potencia

2° Radicación

3° Logaritmo

$b^n = c$		
Potencia (No se conoce c)	Radicación (no se conoce b)	Logaritmo (No se conoce n)
$b^n = c \rightarrow b^n = x$, para calcular x, basta con calcular el resultado de la potencia. Ej. $2^3 = x$ $2 * 2 * 2 = x$ $8 = x$	$b^n = c \rightarrow x^n = c$, para calcular x, basta con calcular la raíz enésima de c. Ej. $X^2 = 81 \quad / \sqrt{\quad}$ $X = \sqrt{81}$ $X = 9$	$b^n = c \rightarrow b^x = c$, para calcular el valor de x necesitamos saber el exponente al que se debe elevar la base b para obtener c. $x = \log_b c$

Definiciones:

- Sean $a, x \in \mathbb{R}^+$, $a \neq 1$. Decimos que y es el logaritmo en base a de x si y solo si $x = a^y$, lo que escribimos $y = \log_a X$.
- $\log_b c = n \leftrightarrow b^n = c$ se lee "Logaritmo de c en base b" con $b > 0$ y $b \neq 1$

De la **definición de logaritmo** podemos deducir:

No existe el logaritmo de un número con **base negativa**.

$$\nexists \log_{-a} x$$

No existe el logaritmo de un **número negativo**. $\nexists \log_a (-x)$

No existe el logaritmo de cero. $\nexists \log_a 0$

PROPIEDADES

- $\log_a a = 1$. El logaritmo de la base es 1.
- $\log_a 1 = 0$. El logaritmo de 1 es 0.
- $\log_a M * N = \log_a M + \log_a N$. El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores.



LICEO MARTA DONOSO ESPEJO
PREPARACION PRUEBA SALVEMOS EL AÑO ESCOLAR



- 4) $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$.El logaritmo del cociente es igual al logaritmo del numerador menos el logaritmo del denominador.
- 5) $\log_a M^p = p \log_a M$ El logaritmo de una potencia es igual al exponente multiplicado por el logaritmo de la base.
- 6) $\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a}$, Teorema del cambio de base.

Nota: Si la base no aparece escrita se asume como base 10.

Ej: $\log x = 2$ $x = 100$ ya que $10^2=100$

Ecuaciones logarítmicas

Las **ecuaciones logarítmicas** son aquellas **ecuaciones** en la que la **incógnita** aparece afectada por un **logaritmo**.

Para **resolver ecuaciones logarítmicas** vamos a tener en cuenta:

1 Las propiedades de los logaritmos.

2 $\log_a x = \log_a y \Rightarrow x = y$

3 $x = \log_a b \Rightarrow a^x = b$

4 Además tenemos que comprobar las soluciones para verificar que no tenemos logaritmos nulos o negativos.



LICEO MARTA DONOSO ESPEJO
PREPARACION PRUEBA SALVEMOS EL AÑO ESCOLAR



I) Exprese en forma logarítmica las siguientes potencias:

1) $3^4=81$ _____	2) $2^5 = 32$ _____
3) $(0,2)^3=0,008$ _____	4) $10^2 = 100$ _____
5) $(1/4)^2=1/16$ _____	6) $10^{-3}=0,001$ _____

II) Exprese los siguientes logaritmos en notación exponencial

1) $\text{Log}_2 16 = 4$	2) $\text{Log}_x y = z$
3) $\text{Log}_a 5 = b$	4) $\text{Log}_3 81 = 4$
5) $\text{Log}_{10} 1000=3$	6) $\text{Log}_{3/2} 4/9 = -2$

III) A) Calcula los logaritmos de:

- 1) 2, 16, 4, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{128}$; en base 2
- 2) 5, 625, $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{125}$; en base 5.

B) Calcula cada uno de los siguientes logaritmos:

1) $\log_7 343=$	2) $5 \log_{16} 8=$	3) $\log_{2/3} 32/243=$
4) $\text{Log}_8 512=$	5) $\text{Log}_{27} 3=$	6) $\log_{1/3} 3 \text{ } 13/81=$
7) $\text{Log}_4 1024=$	8) $\log_{\sqrt{2}} 16=$	9) $\log_{3/5} 125/27$

C) Determina el valor de x en las siguientes expresiones:

1) $1) \log_x 121 = 2$	2) $2) \log_2 32 = x$	3) $3) \log_x 3=1$
4) $\log_x 16/81 = 4$	5) $\log_5 1= x$	6) $\log_{\sqrt{3}} 9\sqrt{3}=X$
7) $\text{Log}_4 x=3$	8) $\text{Log}_x 1/64 = -3$	9) $\text{Log}_2 \sqrt{\frac{x}{2x+3}} =0$
10) $\text{Log}_5 x = 4$	11) $\text{Log}_5 x = 3$	12) $\text{Log}_a \sqrt{a^{\frac{8}{5}}} =x$
13) $\text{Log}_3 9=x$	14) $\text{Log}_x 81/625 =4$	15)

IV) Calcula el valor de cada una de las siguientes expresiones:

- 1) $\frac{\log_3 81 + \log_2 64}{\log_{10} 100.000} =$
 $\frac{\log_4 \frac{1}{6} + \log_{10} 0.3}{3}$
- 2) $\frac{\log_5 (125)^{-1} - \log_2 (32)^{-1}}{3} =$
- 3) $2 \log_{\frac{1}{4}} 32 + 7 \log_{\frac{1}{5}} 125 - + \log_{\frac{1}{3}} 24 =$
- 4) $4 \log_{\frac{5}{7}} \frac{25}{49} + 2 \log_{\frac{2}{5}} \frac{8}{125} - 5 \log_{\frac{6}{7}} \frac{21}{34} =$

V) Si $\log_k x = \log_2 k=3$. Determine el valor de x



LICEO MARTA DONOSO ESPEJO
PREPARACION PRUEBA SALVEMOS EL AÑO ESCOLAR



VI) A) Desarrolla cada una de las siguientes expresiones como sumas y restas de logaritmos.

1) $\text{Log}_b a^2 x =$	2) $\log_b \left(\frac{a}{c^2} \right)$
3) $\log_b \left(\frac{pq}{mt} \right) =$	4) $\log_b \left(\frac{p^2 q^3}{c} \right) =$
5) $\log_b b^{\frac{1}{3}} =$	6) $\log_m \left(\frac{a * b * c^{\frac{1}{4}}}{d * e^{\frac{1}{2}}} \right) =$
7) $\log_m \left[(a-b)^{\frac{1}{2}} * c^{\frac{1}{4}} \right] =$	8) $\log_p \sqrt[4]{ab^3} =$
9) $\log_b (x^2 - x - 20) =$	10) $\log_b \left(\frac{a^m * \sqrt[7]{p^4}}{\sqrt[5]{q^3} * d^7} \right) =$
11) $\log_n \frac{m * n}{\sqrt{pq}} =$	12) $\log_b \frac{(a+x)^3 * (b-y)^{\frac{1}{2}}}{c^4 * d^2} =$

B) Reduce cada una de las siguientes expresiones a un solo logaritmo:

1) $\log_a m - \log_a n + \log_a p =$	2) $8 \log_b x - 0,5 \log_b a =$
3) $2 \log_b a + 3 \log_b p + 1 =$	4) $\log_b (a^2 - 25) - \log_b (a - 5) =$
5) $\log_b [x^2 - 5x + 4] - \log_b (x - 4) =$	6) $\frac{1}{2} \log_b a + \frac{1}{2} \log_b c - \frac{1}{3} \log_b d =$
7) $3 \log_m (a + b) - 2 \log_m (a - b) =$	8) $\frac{3}{5} \log_b a^2 + \frac{2}{3} \log_b p^5 - \frac{1}{5} \log_b q^4 =$
9) $\log_b (x + 1) + \log_b (x - 1) + \log_b (x^2 + 1) =$	10) $\frac{3}{4} \log_m (c - d) - 2 \log_m c - 4 \log_m d =$

VII) Calcula el valor de los siguientes logaritmos:

1) $\log_2 (8 * 32 * 16) =$	2) $\log_{\frac{1}{5}} (625 * 125) =$
3) $\log_3 \left(\sqrt[5]{27} * 81^{\frac{2}{3}} \right) =$	4) $\log_{\frac{1}{3}} (27 * 243) =$
5) $\log_5 \frac{125^3}{\sqrt[5]{625}}$	6) $\frac{\log_4 \sqrt[5]{16 * 4}}{\log_3 \sqrt[4]{27 * 81^3}} =$



LICEO MARTA DONOSO ESPEJO
PREPARACION PRUEBA SALVEMOS EL AÑO ESCOLAR



- 1) ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s):
- I) $\log_3\left(\frac{1}{9}\right) = -2$
- II) Si $\log_{\sqrt{3}} x = -2$, entonces $x=3$
- III) Si $\log_x 49 = -2$, entonces $x=1/7$
- A) Solo I D) Solo II y III
B) Solo I y II E) I, II y III
C) Solo I y III
- 2) Si $\log_x a=2$; entonces $\log_x(ax)^2 = ?$
- A) 4 D) 2
B) $\log_x 2a$ E) N.A.
C) 6
- 3) Si $A=\log x$ y $\log x^a=100$, entonces $x=$
- A) 10^{10} D) 100
B) 10 E) N.A.
C) $+10$
- 4) Si $\log(x^3*y^3)=a$; entonces $6(\log x + \log y)$ es igual a:
- A) -6 D) 6a
B) -2a E) 9a
C) 2a
- 5) $\log_2(7x-1)-\log_2(3x+5)=1$; $x=?$
- A) 0,57 D) 11
B) 7/4 E) N.A.
C) 1/11
- 6) ¿Cuál de las proposiciones siguientes es falsa?
- A) $\log_a a=1$
B) $\log_a a^n=n$
C) $\log_n 1=0$
D) $\log_n(b+c)=(\log_n a)(\log_n c)$
E) $\log_n(b/c)=\log_n b - \log_n c$
- 7) En la ecuación $\log(x+3)=\log(x-6)+1$; el valor de x es:
- A) -4 C) 7 E) N.A.
B) -2 D) 10
- 8) Si $\log 5 = 0,699$; entonces, el valor de $\log 50$ es:
- A) 16,99 D) 0,301
B) 6,99 E) N.A.
C) 1,699
- 9) El $\log 5 - 2 = ?$
- A) $\log 3$ D) $\frac{\log 5}{\log 2}$
B) $\log(1/20)$ E) $\frac{1}{2}\log 5$
C) $\log(5/2)$
- 10) ¿Cuál de las siguientes expresiones es(son) verdadera(s)?
- I) $\log 1 * \log 20 = \log 20$
II) $\log \frac{1}{2} * \log 30 < 0$
III) $\log 4 * \log 10 = \log 4$
- A) Solo I D) Solo II y III
B) Solo II E) I, II y III
C) Solo I y II
- 11) $\log \frac{x + \sqrt{x^2 - 1}}{x - \sqrt{x^2 - 1}} =$
- A) $2 \log \sqrt{x^2 - 1}$ D) 0
B) $2 \log(x + \sqrt{x^2 - 1})$ E) -1
C) $2 \log x$
- 12) El valor de x que satisface la ecuación $\log[\log(x+2)] = 0$ es:
- A) 1 D) 10
B) 2 E) 8
C) 0
- 13) Una solución a la ecuación $5 \log x - 3 = \log 2$ es:
- A) $\sqrt[5]{2000}$ D) $\sqrt{2}$
B) $\frac{1}{5} \log 5$ E) 400
C) $20\sqrt{5}$
- 14) Siendo x e y números reales positivos con $y \neq 1$; si $\frac{\log x}{\log y} = 2$ entonces se cumple que:
- A) $X - 2Y = 0$ D) $x - y^2 = 0$
B) $X - Y = 2$ E) $x + y = 2$
C) $X - Y = 100$



LICEO MARTA DONOSO ESPEJO
PREPARACION PRUEBA SALVEMOS EL AÑO ESCOLAR



- 15) Si $\log x = 2 - 3\log 5 + 2\log 3$, el valor de x es:
- A) -7 D) 7,2
B) 2 y 15/6 E) N.A.
C) 31
- 16) El desarrollo de la expresion $\log(x^2 - x)$ es:
- A) $\log x + \log(x-1)$
B) $2\log x - \log 1$
C) $2\log x$
D) $2\log x - 1$
E) $\log x$
- 17) $\log x + \log 1/x^2$ equivale a:
- A) $3 \log x$
B) $-2/3$
C) 3
D) $-2 \log x$
E) $-\log x$